(a) We will use the three criteria of ⟨acronymref|theorem|TSS⟩. The zero vector of M_{22} is the zero matrix, $\mathcal{O}$, which is a symmetric matrix. So S_{22} is not empty, since $\mathcal{O} \in S_{22}$.

Haremos uso de los tres criterios de ⟨acronymref | theorem | TSS⟩. El vector cero de M_{22} es la matriz cero, $\mathcal{O}$, que es una matriz simétrica. Así S_{22} no está vacía, ya que $\mathcal{O} \in S_{22}$.

Suppose that A and B are two matrices in S_{22}. Then we know that $A^t = A$ and $B^t = B$. We want to know if $A + B \in S_{22}$, so test $A + B$ for membership,

Suponga que A y B son dos matrices en S_{22}. Luego sabemos que $A^t = A$ y $B^t = B$. Queremos saber si $A + B \in S_{22}$, probamos $A + B$ como miembros,

$$\begin{aligned} (A+B)^t &= A^t + B^t && \langle\text{error}|\text{compound acronymref}\rangle \\ &= A + B && A, B \in S_{22} \end{aligned}$$

So $A + B$ is symmetric and qualifies for membership in S_{22}.

Así que A + B es simétrica y cumple los requisitos para ser miembro de S_{22}.

Suppose that $A \in S_{22}$ and $\alpha \in \mathbb{C}$. Is $\alpha A \in S_{22}$? We know that $A^t = A$. Now check that,

Suponga que AS_{22} y $\alpha \in \mathbb{C}$. Es $\alpha A \in S_{22}$? Sabemos que $A^t = A$. Comprobamos que,

$$\begin{aligned} \alpha A^t &= \alpha A^t && \langle\text{error}|\text{compound acronymref}\rangle \\ &= \alpha A && A \in S_{22} \end{aligned}$$

So αA is also symmetric and qualifies for membership in S_{22}.

Por lo tanto αA es también simétrica y cumple los requisitos para ser miembro de S_{22}.

With the three criteria of ⟨acronymref|theorem|TSS⟩ fulfilled, we see that S_{22} is a subspace of M_{22}.

Con los trs criterios de ⟨acronymref|theorem|TSS⟩ cumplidos, vemos que S_{22} es un subespacio de M_{22}.

(b) An arbitrary matrix from S_{22} can be written as $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$. We can express this matrix as

Una matriz arbitraria de S_{22} puede ser escrita como $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$. Podemos expresar esta matriz como

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

$$= a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

this equation says that the set

esta ecuación dice que el conjunto

$$T = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

spans S_{22}. Is it also linearly independent?

abarca S_{22}. Es también linealmente independiente?

Write a relation of linear dependence on S

Escribir una relación de la dependencia lineal de S,

$$\mathcal{O} = a_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix}$$

The equality of these two matrices (⟨acronymref|definition|ME⟩) tells us that $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, and the only relation of linear dependence on T is trivial. So T is linearly independent, and hence is a basis of S_{22}.

La igualdad de estas dos matrices (⟨acronymref|definition|ME⟩) nos dice que $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, y la unica relacion de dependencia lineal de T es trivial. Por eso T es linealmente independiente, y por lo tanto es una base de S_{22}.

(c) The basis T found in part (b) has size 3. So by ⟨acronymref|definition|D⟩,$\dim(S_{22}) = 3$.

La base T encontrada en la parte (b) tiene tamaño 3. Por lo tanto ⟨acronymref | definition | D⟩,$\dim(S_{22}) = 3$.

Contributed by Robert Beezer

Contribuido por Robert Beezer

Traducido por Angelica Verjel